

① 次の各問いに答えよ。答えは解答欄に記入せよ。（各3点×16=48点）

(1) 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

- ① 頂点が点(1, -3)で、点(-1, 5)を通る。
- ② 軸が直線 $x=2$ で、2点(3, 3), (0, -3)を通る。

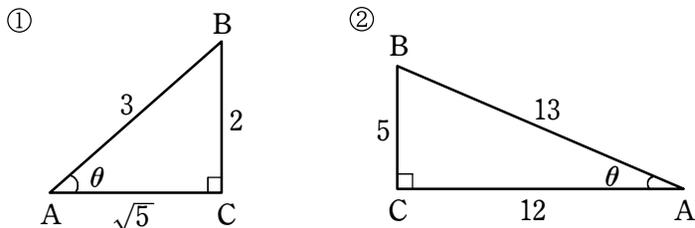
(2) 次の2次方程式を解け。

- ① $2x^2+5x-3=0$ ② $x^2-6x+9=0$
- ③ $3x^2-7x+1=0$ ④ $2x^2+6x-3=0$

(3) 次の2次不等式を解け。

- ① $x^2-5x+6>0$ ② $x^2+2x-1\leq 0$
- ③ $x^2-4x+4>0$ ④ $2x^2+4x+3<0$

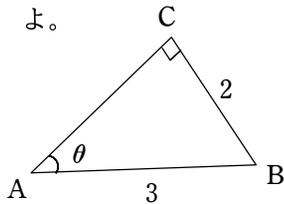
(4) 次の図の直角三角形ABCにおいて、 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ の値をそれぞれ求めよ。



(5) 次の三角比の値を求めよ。

- ① $\sin 30^\circ$ ② $\cos 45^\circ$ ③ $\tan 60^\circ$

(6) 下の図における θ のおよその大きさを、三角比の表を用いて求めよ。



角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
36°	0.5878	0.8090	0.7265
37°	0.6018	0.7986	0.7536
38°	0.6157	0.7880	0.7813
39°	0.6293	0.7771	0.8098
40°	0.6428	0.7660	0.8391
41°	0.6561	0.7547	0.8693
42°	0.6691	0.7431	0.9004
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657

<解答欄>

(1)	①		②	
(2)	①	$x =$	②	$x =$
	③	$x =$	④	$x =$
(3)	①		②	
	③		④	
(4)	①	$\sin\theta =$	$\cos\theta =$	$\tan\theta =$
	②	$\sin\theta =$	$\cos\theta =$	$\tan\theta =$
(5)	①	$\sin 30^\circ =$		
	②	$\cos 45^\circ =$		
	③	$\tan 60^\circ =$		
(6)		$\theta \doteq$		

② ある日の授業で、次の問題に取り組んだ。会話を読み問いに答えなさい。

<問題>
3点(3, 0), (-1, 0), (2, 6)を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

先生：2次関数の置き方には

- (あ) $y=a(x-p)^2+q$, (い) $y=ax^2+bx+c$
- (う) $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$

の3つがあります。この問題ではどの型が良いでしょうか？

太郎：頂点や軸の方程式が分からないから、(い)が良いと思います。

先生：そうだね！でも連立方程式を解くのがちょっと大変そうだね。

他の型を選んだらどうなるかな？

花子：2つの点はx軸との交点だから(う)のように置くと解く式は1つでよくなります。

太郎：ほんとだ！これなら解く手間が随分省けそうだ。

先生：よく気が付いたね！どちらの方法でも解けるけど、条件から最も適する型を選ぶことが大切なんだ。

(1) 太郎君の考え方で、空欄に当てはまる式をかき、連立方程式を解くことで解答を完成させよ。(5点)

求める2次関数を $y=ax^2+bx+c$ とおくと、

$$\begin{cases} \text{ア} & \text{ } = 0 & \dots\dots ① \\ \text{イ} & \text{ } = 0 & \dots\dots ② \\ \text{ウ} & \text{ } = 6 & \dots\dots ③ \end{cases}$$

以上より、求める2次関数は $y =$

(2) 花子さんの考え方で、解答を完成させよ。(3点)

x軸との交点が(3, 0), (-1, 0)だから、

求める2次関数は $y = a(\quad)(\quad)$ と表わせる。

以上より、求める2次関数は $y =$

3 次の問いに答えよ。（4点）

(1) 2次方程式 $x^2 - 4x + m = 0$ が重解をもつとき定数 m の値の範囲を求めよ。

(2) 2次関数 $y = x^2 + 5x + m + 2$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。

(3) 2次不等式 $x^2 + mx + 3m - 5 > 0$ の解がすべての実数であるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

4 次の問いに答えよ。（各4点）

(1) 放物線 $y = x^2 - 6x + 10$ と直線 $y = 2x - 5$ の共有点の座標を求めよ。

(2) 放物線 $y = x^2 - 6x + 10$ と直線 $y = 2x + k$ が共有点を持つとき定数 k の値の範囲を求めよ。

5 次の連立不等式を解け。（5点）

$$\begin{cases} x^2 + x - 12 < 0 & \dots \text{①} \\ x^2 - 7x + 10 \leq 0 & \dots \text{②} \end{cases}$$

6 長さが 28 cm の針金を折り曲げて、次の条件①、②を満たすような長方形の枠を作りたい。次の問いに答えよ。(1)は答のみで良い。

条件① 長方形の横の長さを縦の長さ以上とする。

条件②：面積を 48 cm^2 以上にする。

(1) 縦の長さを $x \text{ cm}$ とするとき、条件①、②を不等式で表せ。(各2点)

<条件①>

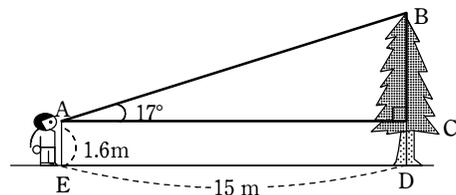
<条件②>

(2) (1)の不等式を解き、縦の長さをどのような範囲にすればよいか答えよ。（4点）

7 2次関数 $y = x^2 - 2mx + m + 6$ のグラフと x 軸の正の部分とが、異なる2点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。（6点）

8 木の根もとから水平に 15 m 離れた地点に立って木の先端を見上げると、水平面とのなす角が 17° であった。目の高さを 1.6 m として、木の高さは何 m か、小数第2位を四捨五入して答えよ。

ただし、 $\sin 17^\circ = 0.2924$ 、 $\cos 17^\circ = 0.9613$ 、 $\tan 17^\circ = 0.3057$ とする。（5点）



1 次の問いに答えのみ記入せよ。

- 関数 $f(x) = x^2 + 2x - 1$ において、 x の値が 1 から 2 まで変化するときの平均変化率を求めよ。
- 次の式を微分せよ。
① $y = 2x^3 - 3x^2 + x + 5$ ② $y = (x-1)^2$
- 関数 $f(x) = x^3 - 5x^2 - 4x + 2$ について $f'(2)$ の値を求めよ。

2 関数 $y = 2x^2 + x$ のグラフ上の点 $A(1, 3)$ における接線を l とする。

- 接線 l の方程式を求めよ。
- 点 A を通り l に垂直な直線（法線）の方程式を求めよ。

3 次の関数の増減を調べ、極値を求めよ。また、そのグラフをかけ。

- $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$
- $y = x^3$

4 次の問いに答えよ。

- 3 次方程式 $x^3 - 3x - 2 = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。
- $x \geq 0$ のとき、不等式 $x^3 + 4 \geq 3x^2$ が成り立つことを証明せよ。

5 次の問いに答えよ。

- 定義に従って $f(x) = 3x^2$ を微分せよ。
- 関数 $y = x^2 - 2x$ のグラフに、点 $(2, -4)$ から引いた接線の方程式を求めよ。
- 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ は $x = -1$ で極大値 4 をとる。定数 a, b の値と極小値を求めよ。
- 関数 $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値と最小値を求めよ。

6 洋一さんと紫耶さんが数学の問題を考えている。

紫耶さん：「3 次方程式 $-x^3 - 3x^2 + 9x = a$ が異なる 3 つの実数解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ。」という問題が宿題に出たよ。

洋一さん：この問題は、グラフで考えるのがいいよね。

方程式 $f(x) = a$ の実数解は $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = a$ の共有点の x 座標だよ。

紫耶さん：そうそう。 $y = -x^3 - 3x^2 + 9x$ のグラフと直線 $y = a$ の共有点の個数が 3 個となるような a の範囲を求めればいいよ。

洋一さん：この考え方をを使うと、この方程式が正の解を 1 個、負の解を 2 個もつときの a の値の範囲も求められるね。

紫耶さん：さらに、共有点をよく見ると、実数解のとりうる範囲も分かるね。

洋一さん：数学のテストも終わり！今回も楽勝だったね。

会話文を参考にして以下の問いに答えよ。

- 3 次方程式 $-x^3 - 3x^2 + 9x = a$ が異なる 3 つの実数解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ。
- 3 次方程式 $-x^3 - 3x^2 + 9x = a$ が正の解を 1 個、負の解を 2 個もつとき、 a の値の範囲を求めよ。（答えのみでよい）
- 3 次方程式 $-x^3 - 3x^2 + 9x = a$ が正の解を 1 個、負の解を 2 個もつとき、3 つの実数解を α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$) とする。このとき、 β のとりうる値の範囲を求めよ。（答えのみでよい）