

1 次の問いに答えよ。【知技 (5点×25=125点)】

(1) 次の整式を[ ]内の文字に着目したとき、その次数と定数項をいえ。

$$5xy - 4z + 8x^2y + 5yz - 3x^2y - 6yz + xy \quad [x \text{ と } y]$$

次数

定数項

(2) 次の式を展開せよ。

①  $(2x+3y)^2$

②  $(x+2y)(x-2y)$

③  $(x-y+z)^2$

(3) 次の式を因数分解せよ。

①  $x^2 - 8x - 9$

②  $3x^2 + 5x - 2$

③  $x^3 - 8$

④  $16a^4 - b^4$

(4) 次の計算をせよ。

①  $2\sqrt{27} - \sqrt{50} + 3\sqrt{8} - 2\sqrt{75}$

②  $(3 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})$

(5)  $\sqrt{a^2b^6}$  ( $a < 0, b > 0$ ) を  $\sqrt{\quad}$  を含まない形にせよ。

(6) 2重根号をはずして、次の式を簡単にせよ。

$$\sqrt{9 - 2\sqrt{14}}$$

(7) 次の不等式を解け。

①  $4x + 5 > 2x - 1$

② 
$$\begin{cases} x - 3 > 4x \\ 4(x + 1) < 2x + 1 \end{cases}$$

(8)  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  を全体集合とする。  
 $U$  の部分集合  $A = \{2, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$  について、  
 集合  $A \cap \bar{B}$ ,  $\bar{A} \cup B$  を求めよ。

$A \cap \bar{B} =$

$\bar{A} \cup B =$

(9) 実数全体を全体集合とし、 $k$  は定数とする。  
 $A = \{x \mid -1 \leq x < 5\}$ ,  $B = \{x \mid -3 < x \leq 4\}$ ,  $C = \{x \mid -3 < x < k\}$  とす  
 るとき、次の間に答えよ。

① 集合  $A \cup B$  を求めよ。

$A \cup B =$

②  $A \subset C$  となる  $k$  の値の範囲を求めよ。

(10) 次の命題は「偽」である。その反例を1つ述べよ。

① 実数  $a, b$  について、 $a < 1, b < 1$  ならば  $ab < 1$

② 実数  $x$  について、 $|x| > 2$  ならば  $x > 2$

(11) 文字はすべて実数とする。

次の [ ] に当てはまるものを、下の(ア)~(エ)から選べ。

①  $x=4$  は  $x^2 - 4x = 0$  であるための [ ]

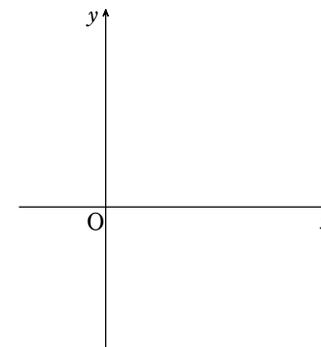
②  $ac = bc$  は  $a = b$  であるための [ ]

- (ア) 必要十分条件である
- (イ) 必要条件であるが十分条件ではない
- (ウ) 十分条件であるが必要条件ではない
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない

(12) 2次関数  $y = -3(x+2)^2 - 4$  のグラフは、 $y = -3x^2$  のグラフを、  
 $x$  軸方向に [ ]、 $y$  軸方向に [ ] だけ平行移動したものの。  
 軸は直線  $x =$  [ ]、頂点は点 ( [ ] , [ ] ) である。

(13) 2次関数  $y = x^2 - 4x + 3$  の頂点を求め、グラフをかけ。

頂点



(14) 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。  
 また、そのときの  $x$  の値を求めよ。  
 $y = -2x^2 - 4x + 3 \quad (-1 \leq x \leq 1)$

最大値 (  $x =$  )

最小値 (  $x =$  )

【1枚目得点】

知技	思判表
----	-----

2 正の数  $a$  の小数部分を  $\{a\}$  で表す。例えば、 $\{1.23\}=0.23$ ,  $\{3\}=0$ ,  $\{\sqrt{2}\}=\sqrt{2}-1$  である。このとき、次の各問いに答えよ。  
 (1)  $\{\sqrt{5}\}$  の値を求めよ。また、 $\{3.5\} + \{1.5\}$  の値を求めよ。  
 答えのみでよい。 【知技 (3点×2)】

$\{\sqrt{5}\} =$

$\{3.5\} + \{1.5\} =$

(2)  $\sqrt{13} - \{\sqrt{13}\}$  を求めよ。 【思判表 (4点)】

(3)  $-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{12}{\sqrt{6}}$ ,  $\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$  の分母を有理化せよ。

また、2つの数  $\left\{-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{12}{\sqrt{6}}\right\}$ ,  $\left\{\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}\right\}$  の大小を比較せよ。  
 【思判表 (7点)】

3  $a \geq 0$  とする。  
 関数  $f(x) = ax^2 - 4ax + b$  ( $1 \leq x \leq 4$ ) の最大値が 4, 最小値が  $-4$  のとき、定数  $a$ ,  $b$  の値を求めよ。 【思判表 (5点)】

4 太郎さんと花子さんのクラスでは次のような数学の課題が出された。この課題についての2人の会話を読んで、下の(I)、(II)の問いに答えよ。

【問題】  
 $x$  についての不等式  $(\sqrt{5}-3)|x|+1 > 0$  を解け。

太郎：課題を解いたんだけど、自信が無いんだ…。ちょっと見てくれない？

【解答】  
 $(\sqrt{5}-3)|x|+1 > 0$   
 $\downarrow$  .....①  
 $(\sqrt{5}-3)|x| > -1$   
 $\downarrow$  .....②  
 $|x| > \frac{-1}{\sqrt{5}-3}$   
 $\downarrow$  .....③  
 $|x| > \frac{3+\sqrt{5}}{4}$   
 $\downarrow$  .....④  
 $x < \frac{-3-\sqrt{5}}{4}$ ,  $\frac{3+\sqrt{5}}{4} < x$

花子：(ア) の部分が間違っているんじゃない？  
 (イ)テキストにはこう書いてあるよ。

(I) (ア) について、式変形①~④のうち、誤っている部分の番号として適するものを1つ選べ。また、下線部(イ)について、(ア) が誤りである根拠として適切な数学の定理・公式や性質を下の選択肢A~Eのうちから1つ選べ。

【選択肢】 A  $a < b$  ならば  $a - c < b - c$   
 B  $a < b, c > 0$  ならば  $ac < bc$ ,  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$   
 $a < b, c < 0$  ならば  $ac > bc$ ,  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$   
 C  $a > 0, a \neq b^2$  とする。  
 $\frac{1}{\sqrt{a}-b} = \frac{\sqrt{a}+b}{(\sqrt{a}-b)(\sqrt{a}+b)} = \frac{\sqrt{a}+b}{a-b^2}$   
 D  $a \geq 0$  のとき  $|a| = a$   
 $a < 0$  のとき  $|a| = -a$   
 E  $a > 0$  とする。  
 $|x| < a$  の解は、 $-a < x < a$   
 $|x| > a$  の解は、 $x < -a, a < x$

(ア)

(イ)

【思判表 (3点×2)】

(II) 【問題】 に対する正しい解答を以下に作成せよ。 【思判表 (4点)】

【解答】  $(\sqrt{5}-3)|x|+1 > 0$

【2枚目得点】 知技 思判表

5 〔問題〕 方程式  $|x-3|=2x$  の解答を次の2通りで考えた。

**【解答1】** **【知技 (5点)】**

i)  $x \geq 3$  のとき  $|x-3| = \square$  (ii)  $x < 3$  のとき  $|x-3| = \square$

これより  $x = \square$       これより  $x = \square$

これは  $x \geq 3$  を [満たす・満たさない]      これは  $x < 3$  を [満たす・満たさない]  
(いずれかに○をつけよ)      (いずれかに○をつけよ)

(i)(ii)より  $x = \square$

**【解答2】**  $y=|x-3|$  のグラフを考えてみよう。 **【思判表 (5点)】**

$y = \begin{cases} \square & (x \geq 3) \\ \square & (x < 3) \end{cases}$  より、グラフは以下ようになる。

$y=|x-3|$  のグラフとして適するものを、①～④から1つ選べ。

選んだグラフと、直線  $y=2x$  の交点の  $x$  座標が求める方程式の解となる。

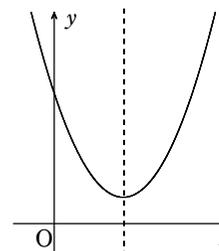
**【解答2】** の方法 (グラフ) を用いて、方程式  $|x+1|=2x$  を解け。グラフをかき、 $x$  の値は答えのみでよい。

$x = \square$

**【思判表 (5点)】**

6 次の各問に答えよ。

**【1】** 関数  $f(x)=ax^2+bx+c$  を考える。右の図は  $y=f(x)$  のグラフである。 $a, c$  の値はどちらも正の数になる。その理由をそれぞれ述べよ。



**【a が正の数である理由】** **【思判表 (2点)】**

$\square$

**【c が正の数である理由】** **【思判表 (2点)】**

$\square$

ここで、 $y=ax^2+bx+c$  を平方完成し、軸を求めよう。

$$y = ax^2 + bx + c$$

**【思判表 (4点)】**

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$= a\left(x + \square\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

(ア) に当てはまる式を答えよ

(ア)  $\square$

と変形できるので、軸が求められる。

また、 $b$  の値は正、負、0 のいずれになるか。図のグラフの軸を参考に、理由を述べて答えよ。

$\square$

**【2】** 関数  $f(x)=x^2-2px+6p$  を考える。 $f(x)$  の最小値を  $m$ 、最大値を  $M$  とするとき、次の間に答えよ。ただし、 $p > 0$  とする。

(1)  $y=f(x)$  の頂点、軸を  $p$  を用いて表せ。 **【知技 (4点)】**

頂点  $\square$       軸  $\square$

(2)  $m=9$  となる  $p$  の値を求めよ。 **【思判表 (3点)】**

(3)  $0 \leq x \leq 2$  とする。 $m=9$  となる  $p$  の値を求めよ。 **【思判表 (5点)】**

(4)  $0 \leq x \leq 2$  とする。 $M-m=9$  となる  $p$  の値を求めよ。 **【思判表 (8点)】**

【3枚目得点】		知技	思判表	合計得点
知技	思判表			