

研究主題

文字式のよさを理解し、数量や関係を文字式で表す能力を高める指導の工夫
～変数としての文字のイメージを育てる指導や小テスト等の活用を通して～

主題設定の理由

変化が一層激しくなることが予想されるこれからの社会を、たくましく生き抜く子どもたちを育成するために、学校教育においては、[生きる力]をはぐくむことが求められている。そのためには、基礎・基本の徹底や問題解決能力の育成が不可欠であり、このような理由から、今日、学力向上の取組が全国各地で行われている。

中学校における数学の学習の中で、「数と式」の領域の内容は、中学校数学の全領域と深いかわりをもつとともに、それらの基礎をなすものとして重要な位置を占めている。中でも、文字式の導入は、これまで、具体的・実用的であった算数の世界から、抽象的・形式的な数学の世界へと道を開くものである。この意味で、小学校における算数の学習から、中学校における数学の学習へ移行する上での最も大きな節目といえる。文字を用いると数量や関係を簡潔、明瞭に、しかも一般的に表現することができ、式を形式的に処理することで容易に問題の解決ができるなどのよさがある。また、これを学習した後、方程式や関数、図形のあらゆる領域の問題解決に文字や文字式が利用され、文字式の理解の程度は、その後の数学の学習に大きな影響を与えることになる。このように、文字式は、数学の学習全般にかかわる基礎的な知識や技能であるとともに、数学における問題解決能力を高める上でもきわめて重要な内容であり、今回の学習指導要領の改訂においても、文字を用いることの必要性とその意義が分かるようにすることなど、文字式についての指導の充実が求められている。

本県では、中学校第2学年を対象に、基礎学力調査を実施している。平成14年度の結果を見ると、文字式の計算については、70～80%の高い正答率であったが、文字式の表している意味を考えさせる問題では正答率が低くなっている。また、一元一次方程式や連立方程式の利用において正答率が低いのも、数量や関係を文字式で表すことを苦手とする生徒が多いことが影響しているものと考えられる。さらに、関数領域においても、条件から関数の式を求める問題の正答率が低く、これも文字式についての理解が不十分であることの影響と考えられる。

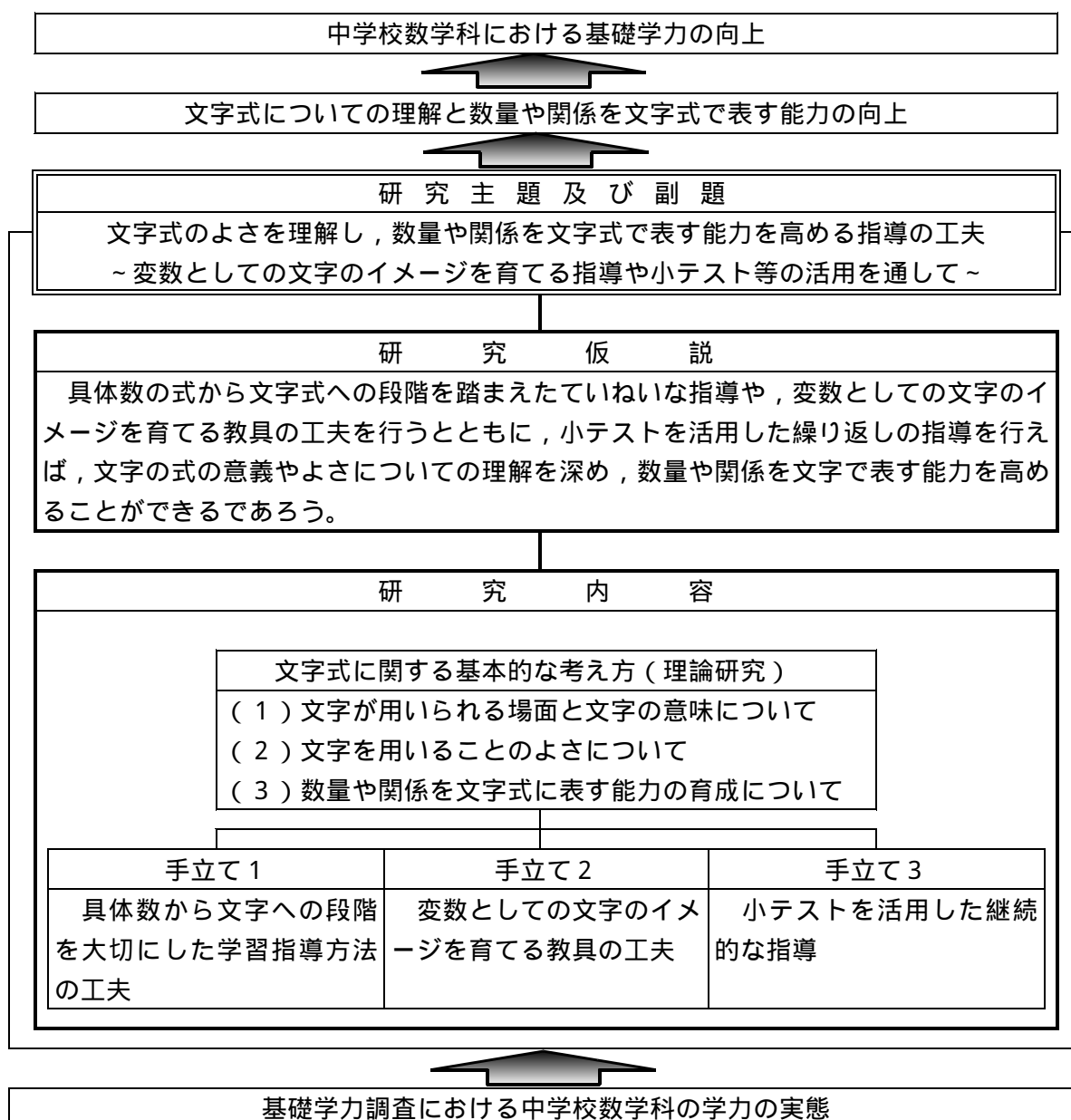
これらの原因として、今回の学習指導要領の改訂で、小学校において文字を用いた式を扱わなくなった分、中学校でのきめ細かな指導が求められているものの、その指導が十分ではないことがあげられる。また、文字式の計算については、小テストやドリル学習などによる繰り返しの指導が比較的充実しているものの、文字式の意味を考えたり、数量や関係を文字を用いて表したりすることについては、継続的な指導が十分に行われていないことも原因の一つとして考えられる。

そこで、文字式の導入において、具体数の式から文字式への段階を踏まえたていねいな指導や、文字の意味や役割についてのイメージを育てる指導の工夫を行うことで、文字に対する抵抗を和らげる必要があると考えた。また、数量や関係を文字を用いて表すことについて、継続的に繰り返し指導することによって、数量や関係を文字を用いて表す能力の確実な定着が図られ、文字式についての理解が深まるとともに、方程式や関数など他の領域における問題解決能力の向上にもつながると考え、本主題を設定した。

研究の仮説

具体数の式から文字式への段階を踏まえたていねいな指導や、変数としての文字のイメージを育てる教具の工夫を行うとともに、小テストを活用した繰り返しの指導を行えば、文字式の意義やよさについての理解を深め、数量や関係を文字で表す能力を高めることができるであろう。

研究の全体構造図



研究の実際

1 文字式に関する基本的な考え方

文字式の指導の在り方を考えるに当たり，次の点について整理する必要がある。

文字はどのような場面で用いられ，どのような意味をもっているのか。

文字を用いることのよさとは何か。

数量や関係を文字式で表す能力の育成はどうあればよいか。

（１）文字が用いられる場面と文字の意味

生徒が文字に対する抵抗を感じるのは，具体数に対して文字が抽象的なものを表していることその他に，文字が用いられる場面がいくつかあり，それに対応して文字のもつ意味合いが微妙に違うことが挙げられる。数学において文字が用いられる場面は，大きく次の5つに分けることができると考えた。

数の代表としての文字

加法の交換法則を $a + b = b + a$ と表すことができる。ここで文字 a, b は全ての数を代表するものという意味がある。また、長方形の面積を表す公式は $S = ab$ で表され、これはどのような長方形にもいえる性質を一般的に表している。したがって、このときの文字 a, b はそれぞれすべての長方形の縦、横の長さを代表したものである。

このように、原理や法則を一般的に表すために用いられる文字には、そこに当てはまる集合の要素全体の代表という意味がある。

未知数としての文字

方程式を利用して問題を解決する場合、求めたいものを x とおいて式をつくる。このときの文字 x は、一般的な数を表しているのではなく、方程式を満たすある特定の数（すなわち解）を表している。しかし、その数の正体が明らかになるのは方程式を解いた後であって、式を作る段階ではまだ未知の数である。

このように、数学における問題解決では、未知なるものを文字で置き換えて考察を進めることがよくある。すなわち、文字には未知数（決まってはいるが分からない数）としての意味がある。

変数としての文字

例えば、1個50円のお菓子和1本120円のジュースがあり、いろいろな買い方をした場合の代金を考える。このとき、お菓子の個数及びジュースの本数を、それぞれ m, n とすると、その代金は $50m + 120n$ で表される。このときの文字 m や n は、いろいろに変わりゆく値、変わりうる値、すなわち変数・変量としての意味をもつ。当然、式 $50m + 120n$ も変数・変量としての意味をもってくる。また、一次関数の式 $y = 3x + 4$ における x, y も変数としての文字である。

このように、変数としての文字は、いろいろな値をとるという点では、数の代表としての文字と似ているが、数を代表するものというよりも、変化するものとしての性格が強い。

定数としての文字

円周率 $3.141592\dots$ を π で表したり、自然対数の底を e で表したりするように、ある特定の数を文字で代用することがある。また、比例関係を表す式 $y = ax$ では x, y は変数であるが、 a は定数（比例定数）として扱われる。しかし、いろいろな比例を考えると、 a は決して決まった値ではなくいろいろな値をとりうる。これは、二次方程式の一般型 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) における a, b, c などでも同じことが言え、これらを任意定数という。

このように、同じ定数としての用いられ方であっても、特定の数を表している場合と、任意の数を表している場合があり、後者のような用いられ方をする文字は、場面を変えればいろいろな値をとりうるという、変数的な意味合いをもつ。

記号としての文字

例えば、三角形の各頂点を A, B, C を対応させて $\triangle ABC$ と呼ぶように、単に記号として用いる場合がある。しかし、このような例は文字式に関する本研究においては対象外とする。

以上、文字の使われ方やその意味について考察してきたが、 π 及び e の中の任意定数としての文字は、いろいろな値をとりうるという意味で、場面によっては変数として捉えることもできる。したがって、「いろいろな値が考えられるので文字に置き換える」という考え方を育てること、すなわち、文字には変数・変量としての役割があることについての理解を深め、そのイメージを育てることが、文字式の理解を深める上で重要といえる。特に、中学校数学では、関数についての本格的な学習が始まることから、変数の考えを深めることが大切であり、学習指導要領においても、同様のことが指摘されている。

また、の未知数としての用いられ方は、「分からないのでとりあえず文字に置き換える」という考えに基づくものであり、数学の問題解決の場面において多く用いられる重要な考え方である。文字を用いて考えることの意義やよさを味わい、理解を深める意味からも、未知数としての文字の使われ方を理解させ、「文字 = 未知数」のイメージを育てる必要がある。

(2) 文字を用いることのよさ

数量や関係・法則を文字を用いて表すことは、一般に次のようなよさがあるとされている。

簡潔・明瞭に、しかも一般的に表現できる。

数量の関係を具体的なものの意味に束縛されることなく、抽象的な数の関係に還元して形式的に考察できる。

自分の思考過程を表現することができ、それを他者に的確に伝達することができる。

では、特に文字式の導入の場面で、具体数で表した場合や、小学校で学習した「言葉の式」で表した場合と比較させながら、1つの式で一般的な事象を表せることのよさや、簡潔さ、明瞭さに気付かせる指導が大切である。

は、具体的な事象を、一度文字式に表すことができれば、同類項をまとめて簡単にしたり、方程式のように形式的な処理によって未知数を求めたりすることができるというよさである。また、例えば、いろいろな数量関係を文字式で表したときに、比例を、 $y = ax$ の形で表せるものとして、統合することができる。このように、文字式で表すことによって、関係がより明確になり、他の関係と比較・分類したり、高い視点から統合したりすることが容易になるというよさがある。

には、自分の思考過程を表現するとともに、振り返って考え、式が意味することを捉え直し、新しい事実をよみとるということも含まれる。

これらのよさは、生徒が主体的に数学的活動を進める中で感得できるものであり、例えば、「数あて」等の文字式を活用したパズルやゲームに積極的に取り組ませるなどの指導が必要である。また、方程式を解いたり、関数を考察する中で、改めて文字式に表すことのよさを確認させるなどの指導が大切である。また、文字は数を代表しているものであるから、できた文字式にいろいろな数を代入して値を求める活動の中で、文字式に表すことのよさや便利さに気付かせる指導が必要である。

以上、文字を用いることのよさについて考察したが、このようなよさは、文字式についての学習を始めたばかりでは気付きにくいものもあるので、文字式の学習時だけではなく、数学の学習全般において、折に触れ、このことを意識させながら指導していく必要がある。

(3) 数量や関係を文字式に表す能力の育成

これまで述べてきたように、数量や関係を文字を用いて表すことは様々なよさがあり、それゆえ、数学ではいろいろな場面で文字が用いられる。しかし、それらのよさは、文字式を理解し、ある程度使いこなせるようになって初めて感じることもできるものとも言え、文字式の学習を始めたばかりの生徒にとっては、「よさ」よりも「抵抗」を感じることも多いといえる。

特に、数量や関係を文字式で表すことについて、最初は多くの生徒が抵抗を示すが、その原因はおよそ次のようなものと考えられる。

文字の学習を始めた当初は、文字で表す目的やよさが分かりにくい。

具体数に比べて、文字式が表している数量や関係のイメージがわきにくい。

場面によって文字の果たす役割や意味合いが微妙に違うので、文字に対するイメージ

をもちにくい。

具体数での式は計算の途中、あるいは方法を表すものであるのに対し、文字の式では計算方法と同時に計算結果をも表しているが、このことになじめない。

したがって、文字式の理解を深め、数量や関係を文字式で表す能力を高めるためには、文字式に対するこのような抵抗をできるだけ和らげるための手立てが必要である。

そこで、本研究においては、主に次のような視点に立って、学習指導方法の工夫改善を行うことにした。

具体数から文字への移行をていねいに指導することで、文字式への抵抗を取り除く。

変数としての文字のイメージを明確に持たせるために、教具の工夫を行う。

数量や関係を文字式で表したり、逆に文字式の意味をよみとったりする場を数多く設定し、繰り返し継続的に指導を行う。

文字式について理解を深め、数量や関係を文字式で表す能力を育成することは短期間の指導では難しい。極端に言えば、中学校3年間の学習を通して徐々に高められていくものであるから、折に触れ、教師が意識的に指導することが大切である。

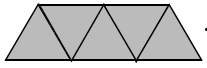
2 研究の内容

(1) 具体数から文字への段階を大切にしたい学習指導方法の工夫(手立て1)

今回の学習指導要領の改訂で、小学校では文字を用いて表すことを扱わなくなったため、中学校で文字式を学習する際、生徒はこれまで以上に抵抗を感じる事が予想される。したがって、文字式の導入における指導では、この抵抗をいかに和らげるかが大きな鍵となる。そのためには、小学校で文字式の指導につながる内容がどのように指導されているかを知り、文字式を初めて学ぶ生徒の目線に立った指導を工夫する必要がある。

ア 文字式の準備段階として小学校で扱われる内容

中学校における文字式の指導につながる内容が、小学校でどのように指導されているかについて、主なものを整理すると次の表ようになる。

学年	単元	内容(使われ方)	具体的な指導場面
第2学年	たしざんとひきざん	を使った式 プレースホルダー	40 - の に1から9までの数を入れて計算しましょう。
第3学年	わりざん	を使った式 未知数	$3 \times \quad = 12$ で、 \quad に当てはまる数は何だろう。
第4学年	面積	言葉の式 一般数	長方形の面積 = たて \times 横
第5学年	変わり方のきまり	\quad , \quad を使った式 変数	1辺が1cmの正三角形  を右図のように並べる。 正三角形の数を \quad こ、まわりの長さを \quad cm とすると、 $\quad + 2 = \quad$ と表すことができる。

表にあるとおり、すでに小学校第2学年において、数を代入する場所として \quad が用いられるようになり、第3学年では未知数として \quad が用いられるようになる。また、第4学年では公式を言葉の式で表し、第5学年では、変数を言葉の式で表し、さらに \quad や \quad を使って簡潔に表現することを学習する。

このように、文字式の学習につながる指導は、児童の発達段階に応じて小学校低学年から始まっており、徐々にその素地が養われている。したがって、中学校の指導において、文字

式の導入をスムーズに行うためには、小学校で学習したことを踏まえ、適宜、振り返りながら指導を行うことが大切である。

イ 4つのステップを大切にした指導

文字が数の代表であることを、実感をもって理解させるために、具体的な数で式を立てさせる活動から始める必要がある。また、小学校で学習した「言葉の式」や「 \square の式」を押さえていくことで、スムーズに文字式へ移行することができると思う。

本研究では、文字式の導入段階においては、次のような課題について、4つのステップを重視した授業を行う。

課 題
1個200円のケーキがあります。このケーキを何個か買いました。そのときの代金はいくらになるか考えましょう。

<指導の流れ>

ステップ	教師の主な発問	予想される生徒の反応
【数の式】	何個買ったか分からないので困りましたね。 例えば 1個買ったときはいくらですか？ 2個ではいくらですか？ 3個，4個，5個では...？ どんな計算をしましたか？	200円 400円 600円，800円，1000円 $200 \times 1 = 200$ (円) $200 \times 2 = 400$ (円) $200 \times 3 = 600$ (円) $200 \times 4 = 800$ (円) $200 \times 5 = 1000$ (円)
【言葉の式】	式を見ると，変わっていくところと，変わらないところがありますね。 <u>変わっていくところはどこですか。線で囲んでみましょう。</u> \square の数は何を表していますか。 (ケーキの個数)という言葉を使った式で，まとめると，どうなりますか。	$200 \times 1 = 200$ (円) $200 \times 2 = 400$ (円) $200 \times 3 = 600$ (円) $200 \times 4 = 800$ (円) $200 \times 5 = 1000$ (円) ケーキの個数 $200 \times (\text{ケーキの個数})$
【 \square の式】	小学校では分からない数やいろんな数が入るときに，どんな記号を使って書きましたか。 <u>買ったケーキの個数を \square個とすると，どんな式になりますか。</u>	や や $200 \times$
【文字の式】	買ったケーキの個数を n 個とすると，どんな式になりますか。 <u>1個200円ケーキを n個買ったときの値段はいくらといえばよいですか。</u>	$200 \times n$ 答え $200 \times n$ (円)

文字には変数や未知数の意味があるが、中学校では、特に変数のイメージをもたせることが大切である。そこで、「変化するもの」という言葉を意識的に使って指導し、「変化するものをまとめて表すのが文字」であるというイメージを育てたい。したがって、最初の「何個買ったか分からない…」についても、未知数としてではなく、「買い方はいくらでもあるから分からない」という意味で考えさせたい。また、最後は、文字式の表していることを確認したい。文字式は計算式であると同時に答えをも表していることを理解させた上で、文字式に「答え」と数詞や単位（円）をつけさせる。

文字式の導入時には、少なくとも2、3の例題で確実に4つのステップを押さえながら、ていねいに指導する必要があると考える。その後は、生徒の理解度を見ながら、【の式】を、次いで【言葉の式】、【数の式】と、徐々に省略していきながら、問題から直接文字の式が作れるように指導していく。ただし、生徒の理解の程度には個人差があるので、習熟度別の指導では、各ステップを省略する段階に差を設けた指導計画を作成する必要がある。また、指導の途中でつまずきが見られる生徒には、「数の式」や「言葉の式」に立ち戻って考えさせるなど、個に応じた指導が必要と考える。

ウ 文字式の意味を理解し、よさを味わうこと

文字式ができれば、文字にいろいろな数を当てはめることで値を求めることができることを確認する。先に示した例では、10個買ったとき、20個買ったとき、35個買ったときなど、数を代入して代金を求めさせることで、文字は数の代わりであること、文字は数を当てはめる場所（プレースホルダー）であることの意味を深めることができる。また、この活動を通して、文字式で表したことのよさを味わわせることが大切と考える。

このように、文字の式の学習は小学校の学習の延長であることを意識付けることで、生徒に「文字式は簡単だ」という意識をもたせることができる。そうすることによって、文字式で表そうとする生徒の意欲は高まるものと考えられる。

(2) 変数としての文字のイメージを育てる教具の工夫（手立て2）

文字は場面によっていろいろな意味をもつが、ここでは特に変数としての意味を理解させるための工夫を考える。ただ、文字の意味についての理解は、第1学年の文字式の学習だけで完成するものではない。また、教師が文字の意味を言葉だけで説明しても、理解が深まるとは言い難い。

このような理由から、文字式の学習の導入期において大切なのは、文字の役割や意味についての具体的なイメージをもたせることであると考えた。つまり、感覚的な理解を育てることが大切と考え、そのためには、教具の工夫が効果的ではないかと考えた。

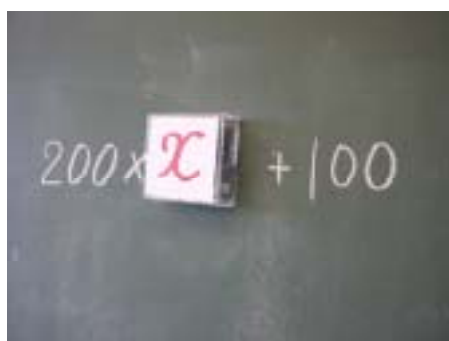
変数としての文字のイメージを育成するには、いろいろな数が入る箱のようなものがふさわしいと考える。そこで、フロッピーディスクを入れるケースを利用して、写真1のような教具を作成した。これにいろいろな数を書いたカードを入れることによって、変数としての文字のイメージや数を代入するプレースホルダーとしてのイメージを育てることができると考えた。また、写真2のように、背面に磁石をつけて、黒板に固定して提示できるようにした。



(写真1)

この教具を効果的に活用することで、文字がいろいろ

に変化する数の代わりとしての役割や意味があることのイメージがつけられると考える。また、ケースに数を入れることによって、文字に数を代入することも具体的な形でイメージ



(写真2)



(写真3)

できるとともに、数

を代入する場所（プレースホルダー）としての文字の役割の理解を深めることができるのではないかと考えた。(写真3)

文字の意味や役割についての理解を深めるために、文字式の導入段階の授業だけでなく、その他の授業でも、この教具を活用したり、提示したりすることが効果的であると考え。また、この教具を使うことで、方程式の学習における未知数としての文字の意味も理解させることができる。さらに、関数の指導においても、変数としての文字のイメージや関数の式の意味を理解させる上で効果があるのではないかと考える。

(3) 小テストを活用した継続的な指導(手立て3)

文字式の学習は、数学を学ぶ上でのいわば“新しい言語”の学習であるので、いわゆる「習うより慣れよ」という部分も大きい。したがって、数量や関係を文字式で表す活動を繰り返し行う中で、文字や文字式で表すことに慣れ、そのことで文字式の理解は一層深まると考える。

そのために、数量や関係を文字式で表したり、文字式の意味をよみとったりする内容について、授業で小テストを行うことにした。

ア 小テストの内容

小テストの内容は次の3つとし、解答・解説も含め3分程度で取り組めるものにする。

- A 数量を文字で表すこと
- B 関係を文字で表すこと
- C 文字式の意味をよみとること

下の表のように、使われる演算の数、使われる文字の個数、場面の難易度等を考慮し、各内容に段階を設けて、徐々に文字式に慣れていくことができるような配列にした。

レベル	演算の個数	文字の個数	A 数量を表す	B 関係を表す	C 式のよみとり
1	1	1	A - 1		C - 1
2	1	2	A - 2	B - 2	
3	2	1	A - 3	B - 3	
4	2以上	2以上	A - 4	B - 4	
5	割合に関すること		A - 5	B - 5	C - 2
6	速さに関すること		A - 6	B - 6	
7	商や余り, 単位換算等		A - 7	B - 7	

また、文字式の理解について個人差が大きいことが予想されるので、できるだけ自力で解けるように、具体数に戻って考えるなどのヒントを与える。具体数に戻って考えさせることは、変数としての文字の意味を理解させる上でも意義がある。

イ 小テストの実施と活用

小テストは、文字の式の導入が終わった段階から始める。前単元である、正の数・負の数の計算力の向上も大切であるので、文字式と正・負の数の内容を交互に行うものとする。つまり、2時間に1回は文字式の立式及びよみとりに関する小テストを行うようにする。

小テストは、授業の最初の2分間で実施し、この間、教師はつまずいている生徒を中心に机間指導を行う。

次の1分間で解答と解説を行い、テストは回収した後

個々の生徒の答案をチェックし、どのレベルでつまずいたかを把握する。これをもとに、次回的小テストで個別指導を行う生徒を絞り込むようにする。(図1)

数量を文字式で表すこと		レベル	満
No.	1	点	点
1年	前	番	前
※ 次の数量を文字式を用いた式で表しなさい。			
① パンが6円、ジュースが120円のとき、合計の金額。			
		[答え]	
② 6円のお菓子を6個買って600円使ったときのおつり。			
		[答え]	
③ 1個80円のおまんこを5個買ったときの代金。			
		[答え]	

(図1) 小テストの例

3 検証授業

第1学年の単元「文字の式」は、中学校における文字式の学習の導入にあたる。したがって、本単元において、文字式に関する、基礎的・基本的な理解や技能を習得させるとともに、文字式で表すことよさに気付かせる必要がある。

そこで、検証授業では「数量を文字式で表すことについて、理解させること」、検証授業では「文字を用いることよさを味わわせること」をねらいとして実施した。

(1) 検証授業 (文字式の導入)

ア 授業のねらい

本時は、単元「文字の式」の第1時にあたり、数量を文字を用いて表すことを初めて学習する。したがって、まずは具体的な数で考えさせることから始め、次に、小学校で学習した「言葉の式」や「の式」を想起させながら、ていねいに文字式への移行を進めたい。数量を文字で表すいくつかの例題を、「数の式」「言葉の式」「の式」「文字の式」の4つの段階を踏まえながら指導することによって、文字に対する抵抗をできるだけ取り除いていきたい。その際、変数としての文字の意味や、数を代入するプレースホルダーとしての文字の役割をイメージとして理解させるため、「の式」の段階で、フロッピーディスクのケースを使った教具を活用することとした。

また、できた文字式が何を表しているかを確認したり、いろいろな数を代入して値を求めさせるなどの活動を通して、文字式の理解を深めるとともに、文字を用いて表すことよさに気付かせたい。

なお、本時の授業は1学級(24名)を習熟の程度に応じて2つに分ける少人数指導で行った。じっくりコース(13名)には、数学を苦手としている生徒が多く、ぐんぐんコース(11名)には数学を得意としている生徒が多い。

イ 授業の実際

a 本時の目標

数量を文字を用いて式に表すことに興味をもつ。(数学への関心・意欲・態度)

数量を文字を用いて式に表すことができる。(数学的な表現・処理)

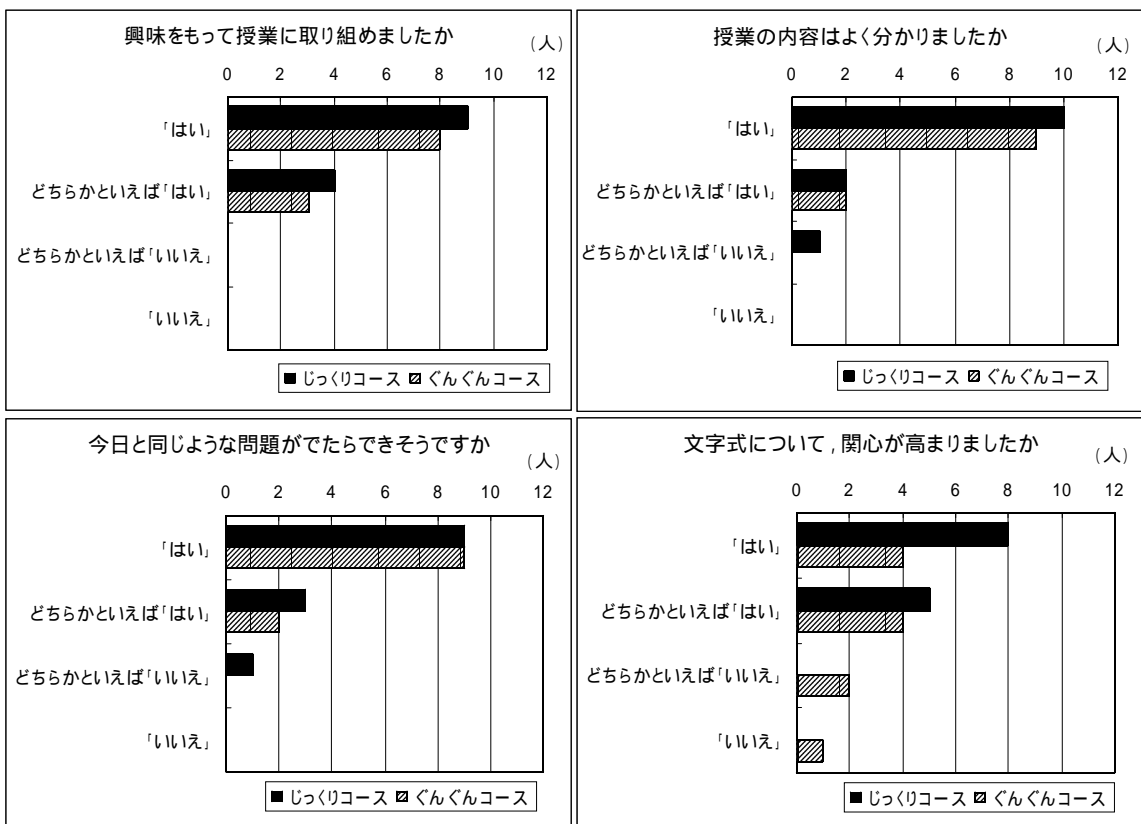
b 学習指導過程

学習内容及び学習活動	指導上の留意点	評価(方法)	備考
1 課題を把握する。 1個200円のケーキがあります。このケーキを何個か買いました。そのときの代金はいくらになるか考えましょう。			<一斉> 課題カード
2 具体数で考える。 1個... $200 \times 1 = 200$ (円) 2個... $200 \times 2 = 400$ (円) 3個... $200 \times 3 = 600$ (円) 4個... $200 \times 4 = 800$ (円) 5個... $200 \times 5 = 1000$ (円)	<ul style="list-style-type: none"> 買った個数が分からないことを確認し、その上で、具体数で考えさせる。 計算式も答えさせる。 		教具
3 言葉の式で表す。 $200 \times (\text{ケーキの個数})(\text{円})$	<ul style="list-style-type: none"> 式の中で、変わっているところを線で囲ませ、それは何を表しているかを考えさせ、言葉の式に表させる。 		
4 の式で表す。 $200 \times$ (円)	<ul style="list-style-type: none"> 小学校で や , を用いたことを思い出させ、を用いた式で表させる。 教具(フロッピーディスクの箱)を用いて、数を入れる箱としてのイメージをもたせる。 		
5 文字の式で表す。 $200 \times n$ (円)	<ul style="list-style-type: none"> フロッピーディスクの箱に文字[n]を貼り、文字がと同じ役割をもっていることを理解させる。 		
6 文字式に数を代入して代金を求める。 20個のとき $200 \times 20 = 4000$ (円) 38個のとき $200 \times 38 = 7600$ (円)	<ul style="list-style-type: none"> いろいろな数を代入し答えを求めることで、よさを味わわせる。 文字式は数量を一般的に表していること、計算とともに結果を示していることを確認する。 		
7 例題を解く。 1個60円のりんごm個を100円の箱に入れてもらったときの代金 1個a円のレモンを12個買ったときの代金 長さx mのテープを5等分するときの1つ分の長さ	<ul style="list-style-type: none"> 「数の式」「言葉の式」「の式」「文字の式」の4つのステップをていねいに踏みながら指導する。 必ず(円)や(cm)をつけさせ、文字式は数量を示していることを確認する。 	数量を文字式に表すことに興味をもつ。(観察)	教科書 (啓林館)
8 練習問題を解く。 教科書P55の①	<ul style="list-style-type: none"> 机間指導を行う。 式がつかれない生徒には、文字の代わりに具体数を入れ 	数量を文字式で表すことができる。	教科書 (啓林館) <個>

<p>9 本時のまとめをする。 文字を用いると数量を一般的で、簡潔に表せること 文字式は計算の過程とともに結果も表していること</p>	<p>て考えさせる。 ・ 文字式は、小学校で学習した「言葉の式」や「\squareの式」の延長であることを確認する。 ・ 計算結果を表していることから、円やcmをつけることを確認する。</p>	<p>(ノート)</p>	<p><一斉></p>
<p>10 自己評価をする。</p>	<p>・ 自己評価カードで、本時の学習を振り返らせる。</p>	<p>数量を文字式に表すことに興味をもつ。 (自己評価カード)</p>	<p>自己評価カード</p>

ウ 考察

授業の最後に行った自己評価の結果は次のようになった。



また、授業を振り返っての感想としては、次のようなものがあった。

いっぱい手を挙げた。最初は分からなかったけど、後からどんどん分かってきた。楽しく授業ができた。とても分かりやすかった。
物を使ったので分かりやすかった。
絵などを使っていて、とても分かりやすかった、これからの授業が楽しみです。
小学校のとき教わったのが出てきたので、分かりやすかった。
小学校では \square を使って表していたものが、アルファベットで表せてかっこいいと思った。 x だけじゃなかったのでびっくりした。
小学校とは少し違って、英語を使ってかっこよくなった。これからの授業でどんなことするのか楽しみだ。

自己評価の結果や授業後の感想からも分かるように、生徒は授業に意欲的に取り組んだ。また、「授業の内容がよく分かった」と答えた生徒や、「今日と同じような問題がでたらできそう」と答えた生徒がほとんどであることから、自分の学習の成果に対して、満足感と自信をもつことができたことが分かる。

特に、授業後の感想の中で「物を使ったので分かりやすかった。」という感想が示しているとおり、文字のイメージをつかませる上で、教具の活用が有効であったことが分かる。さらに、「小学校のとき教わったのが出てきた」や「小学校では を使って表していたものがアルファベットで表せて…」、「小学校とは少し違って…」という感想からも分かるように、小学校の学習の延長としてとらえさせるという指導のねらいが、十分生徒に伝わったのではないかと考えられる。

一方、「文字式について感心が高まったか」の問いについては、じっくりコース（習熟の程度の低いコース）では、全員が「はい」、「どちらかといえばはい」と答えているのに対し、ぐんぐんコース（習熟の程度の高いコース）では、「どちらかといえばいいえ」と答えた生徒が2名、「いいえ」と答えた生徒が1名いた。今回の授業では、初めて文字式を学習することから、学習内容にあえて差をつけなかったが、そのことが、習熟の程度の高い生徒にとっては平易な課題となり、文字式に対する関心を高めることができなかったのではないかと考えられる。今後、同じ内容を扱うにしても、習熟の程度に応じて、場面や数値等を工夫し、適度な難易度となるように配慮していくなどの、個に応じた指導の工夫の必要性を改めて感じた。

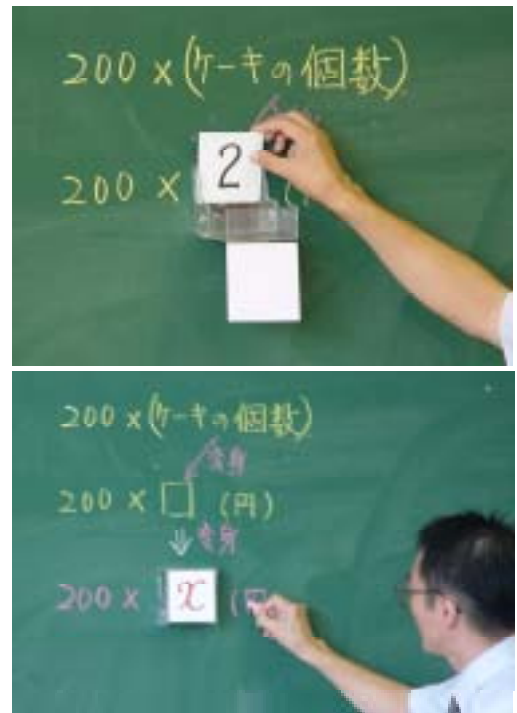
また、じっくりコースでは、「よく分かったか」「同じ問題がでたらできそうか」の問いに対して、「どちらかといえばいいえ」と答えた生徒が1名ずつおり、今後の指導において、個別指導を通して補充的な指導を行う必要がある。

（2）検証授業（文字式の利用）

ア 授業のねらい

文字式のよさは、数量や関係を簡潔で、一般的に表すことができるとともに、数を代入することによって、知りたい値を容易に求めることができることにある。このようなよさの理解は、文字式の学習を進めていく中で徐々に深まっていくものではあるが、そのための学習を意図的に行うことで、文字を用いて考えることのよさは一層明確なものになると考えた。

そこで、第1学年の単元「文字式」の終了時に、「数あて」を題材とした授業を行うことにする。授業では、数をあてる原理を文字式を用いて考えさせることによって、文字式の有



（写真4）ステップを踏まえた指導と教具の活用



（写真5）授業に意欲的に取り組む生徒たち

用性を味わわせるとともに、進んで問題解決に文字を利用しようとする態度を育成したい。
また、この題材は、次単元「方程式」における「未知数を見つけるために文字を用いる」という考え方へのスムーズな導入を図る上でも効果があると考えられる。

イ 授業の実際

a 本時の目標

文字式を用いて考えることよさを味わう。(数学への関心・意欲・態度)

文字式を用いて考えることよさを理解する。(数量,図形などについての知識・理解)

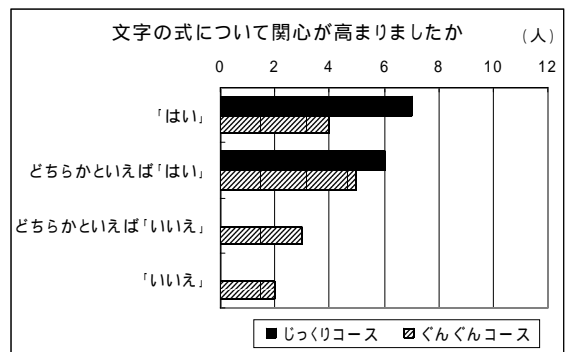
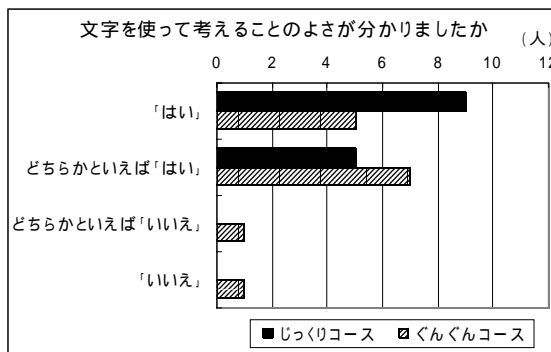
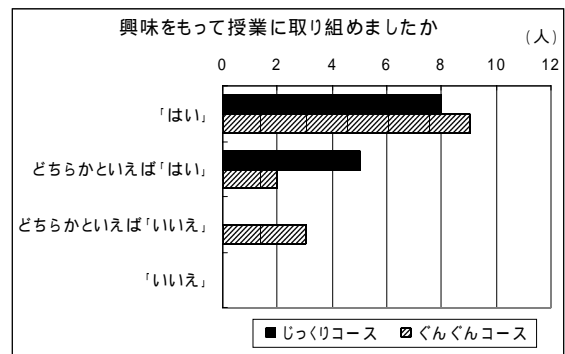
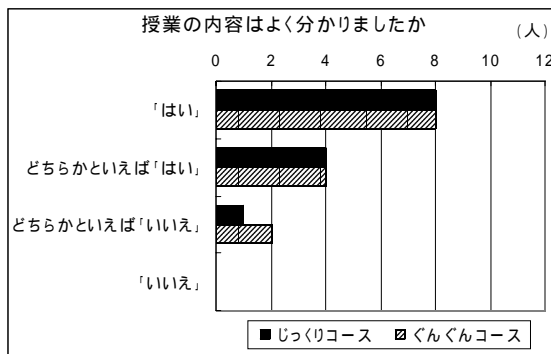
b 学習指導過程

学習内容及び学習活動	指導上の留意点	評価(方法)	備考
<p>1 「数あて」をする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>好きな数をカードに書いて、伏せてください。 その数から5をひいてください。 その答えを3倍してください。 その答えに10をたしてください。 その答えからもとの数をひいてください さん, 答えを教えてください。 ... 「で す。」 あなたのカード[*]に書いてある数は です。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> カードに書く数は、整数であれば、負の数も含め何でもよいが、計算をするのであまり複雑な数は避けた方がよいことを指示する。 数名の生徒に最後の答えを聞き、カードに書いた数を次々にあてていくことで、不思議さを体験させる。 		<一斉> カード
<p>2 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>先生が、カードの数をどのようにしてあてたのか考えよう。</p> </div>			課題カード
<p>3 解決の予想を立てる。 最後の答えから分かるのではないか 文字を使えば理由が分かるのではないか</p>	<ul style="list-style-type: none"> 最後の答えから、どのように「カードの数」を求めたのかを考えさせ、文字を用いて調べることの必要性に気付かせる。 		<個>
<p>4 文字式で考える。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>カードの数をaとすると 5をひいた数は $a-5$ 3倍すると $3(a-5)$ 10をたして $3(a-5)+10$ カードの数aをひいて $3(a-5)+10-a$ $=3a-15+10-a$ $=2a-5$</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> はじめに何を文字で表せばよいかを考えさせる。 用いる文字は生徒に決めさせる。 1つ1つの操作を確認しながら、それを文字式に表していく。 式の計算は個別に行わせ、結果を全体で確認する。 		<一斉>
<p>5 問題を解決する。 最後の数に5をたして2でわるとはじめての数が分かること</p>	<ul style="list-style-type: none"> $2a-5$が、何を表しているかを確認した上で、そこからどのようにしてaが分かるか考えさせる。 「$2a-5$に5をたすとどうなるか」、「$2a$からaを求めるにはどうすればよいか」等のヒントを適宜与える。 		<一斉>
<p>6 教科書P75「数あて」について考える。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>ある整数を1つ思い浮かべてごらん。 その数に5をたしてごらん。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> どのような場合でも答えは3になることを予想させた上で、文字を用いて考えるとよいことに気付かせる。 	文字式を用いて考えることよさを味わう。	教科書 (啓林館) <個>

<p>その答えを2倍してごらん。 その答えから4をひいてごらん。 その答えを2でわってごらん。 その答えからはじめに思った数をひいてごらん。 答えをあててみせようか。答えは3だろう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 個別に考えさせ、その後グループで教え合いながら学習を進めさせる。 代表に、前で説明させる。 	<p>(観察)</p>	<p><グループ></p>
<p>7 本時のまとめをする。 文字を用いて考えること のよさ</p>	<ul style="list-style-type: none"> 文字を用いることによって問題が解決できたことを確認し、文字を用いて考えること のよさを強調する。 		<p><一斉></p>
<p>8 自己評価を行う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 自己評価カードで、本時の学習を振り返らせる。 	<p>文字式を用いて考えること のよさを理解する。 (自己評価カード)</p>	<p>自己評価 カード</p>

ウ 考察

授業の最後に行った自己評価の結果は次のようになった。



また、授業を振り返っての感想としては、次のようなものがあった。

文字式はいろんなことができるので、すごいと思った。
最初は驚いた。でも、文字を使って順々に考えるとよく分かった。
文字を使って考えるところが意外で、びっくりした。
文字式はいろんなことで使うことができることがよく分かった。
文字を使って、数をあてる仕組みを考えるのが楽しかった。
はじめは難しかったけど、あとからどんどん分かるようになってきた。
今日の授業は少し難しかった。

授業の導入で、生徒がカードに書いた数を教師が次々にあてていく活動を通し、生徒は不思議さを感じ、本時の学習に対して関心を高めることができた。なぜ、あてることができるのかについて、生徒自ら思い思いの予想を出し合い、自然な形で本時の課題「先生が、カードの数をどのようにしてあてたのか考えよう」を設定することができた。

導入で、生徒の学習意欲を十分に高めることができたので、その後、数をあてる仕組みを文字を使って考える場面においても、生徒は積極的に学習に参加した。後半のグループ学習においてもお互いの考え方を出し合ったり、教え合ったりする姿がみられ、どの生徒も熱心に取り組んでいた。授業後の自己評価でも「興味をもって授業に取り組めたか」の項目では、肯定的な回答がほとんどを占めた。このような、生徒の熱心な取組の結果、やや難しい学習内容であったにもかかわらず、自己評価では「授業の内容はよく分かったか」の項目に対して肯定的な回答が非常に多かった。

「文字を用いることのよさが分かったか」については、自己評価の4つの項目の中で、肯定的な回答が最も多かった。また、感想の中にも「文字式はいろんなことで使うことができることがよく分かった」や「文字式はいろんなことができるのですごい」、「文字を使って考えるところが意外でびっくりした」、「文字を使って考えるのが楽しかった」など、文字式の有用性に触れる内容のものが多く、本時のねらいがほぼ達成されたのではないかと考える。

反面、文字式の計算についての習熟が十分でない生徒にとっては、やや難しく感じられたらしく、「文字式への関心が高まったか」の問いに対して、否定的な回答が、他の設問に比べて多かった。今後、個に応じた指導の充実を図る必要があると感じた。

また、最初の数あての場面で、極端に大きな数や負の数を選んだために、途中で計算を間違え、数があたらなかった生徒が数名いた。どのような数でもあてることができる不思議さを体験させたかったので、負の数については認め、計算が複雑にならない程度の数にすることを指示した。しかし、第1学年の計算力を考えると、「2桁までの正の数」程度の条件を与えた方がよかったのではないかと改めて感じた。



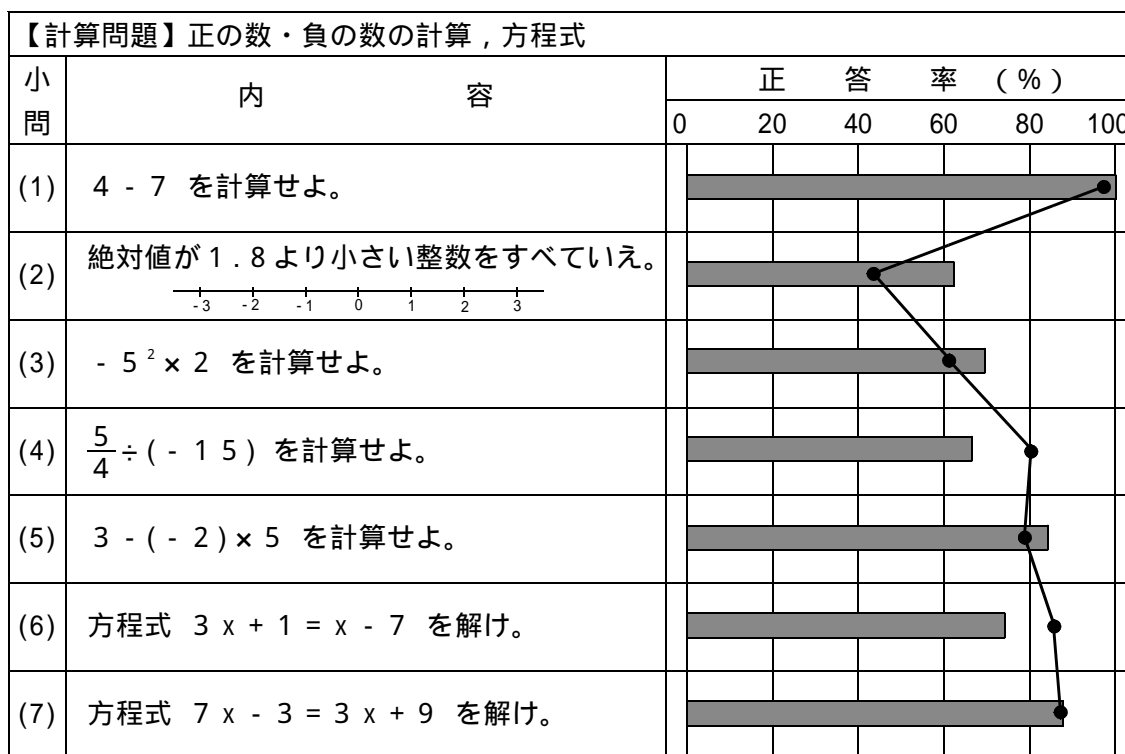
(写真6) 検証授業の様子
意欲的にグループ学習に取り組む

4 研究の結果(復習テストの結果とその分析)

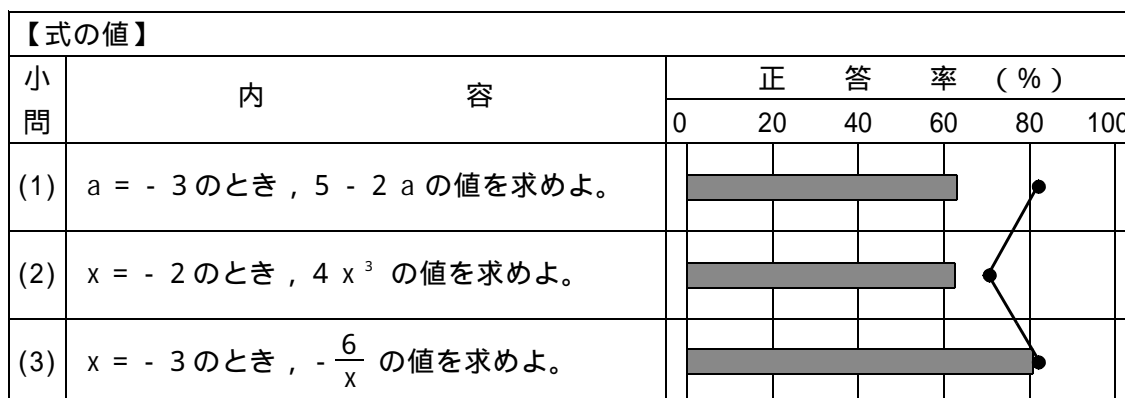
単元「文字式」の指導後、2か月ほどして復習テストを行った。復習テストの中には、過去に行った基礎学力調査の問題と同じものを出题して、正答率を比較した。基礎学力調査は県内の中学校第2学年全員を対象に10月下旬に行われるのに対し、この復習テストは、研究協力学校の研究対象学級(以下、研究対象学級という)である中学校第1学年の1学級37名を対象として、11月下旬に行った。対象とする生徒の学年の違いや集団の大きさの違いから、比較した結果をそのまま受け止めることはできないが、研究実践を通して、生徒がどのように変容したかを数値で客観的に把握する材料としたいと考えて実施した。

また、このテストでは、数量や関係を文字式で表す問題の他にも、正の数・負の数の計算や方程式等の計算問題とともに、方程式の文章問題も含めることにした。前者は、学年が異なる2つの資料を比較する際の手がかりを得るため実施した。つまり、基本的な計算問題の正答率を比較することによって、異なる2つの資料の間にある数学的な能力の差を知り、それを踏まえた上で、本研究の中心である「数量や関係を文字式で表す能力の差」について比較したいと考えた。また、後者は、数量や関係を文字式で表す能力の高まりが、他領域における問題解決能力の高まりにもつながるかを、方程式の利用を例に確かめるために行った。

研究対象学級の正答率と、県の正答率とを比較したのが次のグラフである。棒グラフは研究対象学級の正答率、折れ線グラフは県の平均正答率を表している。



基本的な計算力等に関する問題の正答率である。(2)で、研究対象学級(第1学年)の正答率が県(第2学年)の正答率を上回っているのは、「絶対値」の用語の学習から時間が経っていないためと考えられる。その他の問題では、第1学年であるがゆえに、負の数の計算についての習熟がやや不十分で、そのため、県の正答率をやや下回る場所も見られたが、全体的にほぼ同じような正答率と考えられる。すなわち、計算力においては、2つの集団には有意差がみられない。したがって、以後、2つの資料を対等に比較することは可能であると判断できる。



文字に数を代入して、式の値を求める問題では、(1)と(2)で、研究対象学級の正答率は県の正答率を下回った。(2)では $2a$ を $2 \times (-3)$ ではなく、 $2 - 3$ として計算している生徒、(3)では $4x^2$ を $4 \times (-2)^2$ ではなく、 $4 \times (-2^2)$ として計算している生徒が多かった。文字の扱いや負の数の計算については、学年が進むにつれて習熟していく傾向があるので、劣っているとまでは言えないが、現段階では、代入に関しては本研究による成果をみることは、あまりできなかったと言える。代入については、今後、機会を見て、継続的に指導を行う必要性を感じた。

【数量を文字式で表す】		正 答 率 (%)					
小問	内 容	0	20	40	60	80	100
		(1)	縦の長さが a cm, 横の長さが b cm の長方形の周の長さを式に表せ。				
(2)	自然数を n とするとき, いつでも偶数になるものは次のどれか。 $n + 1, n + 2, 2n, 2n + 1, 2n - 1$						

本研究で中心的に取り組んできた、数量を文字式で表す問題である。(1)で、第1学年でありながら、第2学年である県の正答率を15%ほど上回っている。(2)では逆に県の正答率に10%ほど及ばない。しかし、自然数 n を用いて偶数や奇数を表すことは第2学年の教科書で扱う内容であり、それを学習していない時点での正答率であることを考えると、研究の成果が表れている。すなわち、数量を文字式で表す能力が高まっていると考えられる。

【方程式の文章問題】 1000円で、パン4個と90円の牛乳を1本買うと、おつりが430円でした。パン1個の値段はいくらでしょうか。		正 答 率 (%)					
小問	内 容	0	20	40	60	80	100
		(1)	$4x$ (円)は何を表しているか。				
(2)	下線 $\underline{\hspace{2cm}}$ の部分を x を使った式で表せ。						
(3)	方程式をたてて解きパン1個の値段を求めよ。						

一元一次方程式の文章問題である。方程式を利用してこのような問題を解くには、数量や関係を文字式で表す能力が求められる。グラフを見ると、すべての設問で県の正答率を上回っている。(1)は文字式の見とりについての問題であるが、県の正答率を18%ほど上回っている。(2)は数量を文字式で表す問題であるが、これも7%ほど県の正答率を上回っている。さらに、(3)の誤答のうち、ほとんどが方程式をつくることができなかったことによる誤答である。したがって、方程式をつくることは、数量の関係を文字を含む等式で表すことであり、その能力をみる問題とも言える。そして、この問題でも、研究対象学級の正答率は県の正答率を18%ほど上回っている。

このような結果の要因として、一元一次方程式を学習して間もない時期であったことも考えられるが、通常は、学年が進み、学習の中で文字を扱うことに慣れるにしたがい、これらの能力は、自然な形で徐々に高まっていくことの方が多い。したがって、第1学年のこの時期に、第2学年

の正答率を大きく上回っていることは、本研究における大きな成果ととらえてもよいのではないかと考える。

これら、復習テストと県の基礎学力調査との比較は、最初に述べた通り、異なる学年での比較であることや、母集団の大きさの違い、とりわけ研究対象学級における資料の少なさ、それに加えて、比較した問題も限られていたことなど、統計的な面では説得力に欠ける部分も多い。しかし、それらを差し引いても、数量や関係を文字式で表す能力が高まりつつあると言ってよいのではないかと考えられる。そして、その要因として、2度の検証授業による工夫改善もさることながら、小テストを活用した継続的な指導の効果が大きかったのではないかと考えている。

研究の成果と今後の課題

1 研究の成果

単元の導入において、「具体数の式」から「文字の式」までの4つの段階を大切にした指導や、変数としての文字のイメージを育てる教具の工夫を通して、生徒の文字式に対する抵抗を和らげ、理解を深めることができた。

「数あて」の授業を通して、文字を用いて考えることよさに気付かせるとともに、文字式に対する関心を高めることができた。

小テストを活用した、継続的な指導を通して、数量や関係を文字式で表す能力が高まりつつある。

2 今後の課題

数量や関係を文字式で表す能力についての個人差を踏まえた、きめ細かな指導の充実を図る必要がある。

数量や関係を文字式で表す能力をよりよく伸ばすための、中学校3年間を見通した指導の在り方についての研究を進める必要がある。

参 考 ・ 引 用 文 献

文 部 省	「中学校学習指導要領解説（平成10年12月）- 数学編 - 」	
根本 博 著	「新中学校教育課程講座〈数学〉」	ぎょうせい
志水 廣 編	一宮算数・数学教育研究会著 「中学校数学の授業 基礎・基本の徹底！ハンドブック」	明治図書
中原忠男 編	「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」	明治図書
杜 威 著	「学校数学における文字式の学習に関する研究」	東洋館出版
福森信夫・小関熙純・森杉馨・岡本和夫ほか33名共著	「数学1年」	新興出版社啓林館