令和３年度「資質・能力育成研究会（評価問題研究部門）」
評価問題（定期テストレベル）

問題のねらい

二人の会話文を通してその思考過程を読み取り，二次方程式の解の個数と，二次関数のグラフとｘ軸との共有点の個数の関係性について考察する問題である。

単に１つの解法で答えが出たら終わりではなく，数学的な見方・考え方を働かせて様々な視点から問題の解法を考察する力を問う。

| 解答番号 | 解答記号 | 高等学校学習指導要領の内容 | 主に問いたい資質・能力 | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 知識・技能 | 思考力・判断力・表現力 |
| 1 | 問１ア<br>選択型<br>問２イ<br>問３ウ<br>問４<br>記述型 | 「数学Ⅰ」<br>(3)　二次関数<br>イ　二次関数の値の変化<br>（イ）二次方程式と二次不等式 | 数学的な問題解決に必要な知識。<br><br>数学における基本的な概念や原理・法則の体系的理解。 | 会話文の内容を理解し，一定の手順に従って数学的に処理することが出来る。<br><br>解決過程を振り返るなどして，統合的・発展的に考えることが出来る。 |

# 評価問題　【2次関数】

太郎さんと花子さんは定期テストで出題された下の問題について，考察をしている。2人の会話を読み，以下の問いに答えよ。

問題

2次関数 $y=x^2-6x+2$ のグラフと $x$ 軸の共有点の個数を求めよ。

太郎：2次関数のグラフと $x$ 軸の共有点の個数って，2次方程式 $x^2-6x+2=0$ の判別式の符号を調べれば求められるんだよね。

花子：そうだね。だからさっきの問題で言えば，判別式を $D$ とすると $D$ [ア] 0 だから，$x$ 軸との共有点の個数は [イ] 個ってことになるね。

太郎：そうだよね。ちなみにこの問題って別の解き方はないのかな？

花子：グラフと $x$ 軸の位置関係に注目すればいいんじゃない？例えば，下に凸の2次関数のグラフが $x$ 軸と異なる2点で交わるためには，2次関数のグラフの頂点が $x$ 軸より下にあればいいよね。

太郎：なるほど！じゃあこの2次関数の頂点の座標は [ウ] だから，$x$ 軸との共有点の個数は [イ] 個と分かるってことだね。

数学の問題はいろいろな解き方があるから面白いよね．だから，答えが出たら終わりではなく，他にも解き方がないか考えてみるとより理解が深まるね！

問1　会話中の [ア] に当てはまる記号を，下の①～③の中から選べ。

① ＞　　② ＜　　③ ＝

問2　会話中の [イ] に当てはまる数を答えよ。

問3　会話中の [ウ] に当てはまる座標を求めよ。

問4　会話中の傍線部について，次の問題を2通りの解き方で解け。

問題

2次関数 $y=x^2+4x+k$ のグラフが $x$ 軸と異なる2つの共有点をもつような，定数 $k$ の値の範囲を求めよ．

# 評価問題【２次関数】（解答）

問１　①

問２　２

問３　$y=x^2-6x+2$
$=(x-3)^2-7$

頂点$(3,\ -7)$

問４

（解法１）

２次方程式$x^2+4x+k=0$の判別式をDとすると，
D＞0であればよい．

$D=16-4k>0$
$-4k>-16$
$k<4$

（解法２）

（頂点の$y$座標）＜０　であればよい．

$y=(x+2)^2-4+k$

したがって，

$-4+k<0$
$k<4$

【参考】

（解法３）

$y=0$を代入

$x^2+4x+k=0$

$(x+2)^2-4+k=0$

$(x+2)^2=4-k$

この２次方程式が異なる２つの実数解を持つのは，（左辺）＞0のときなので，（右辺）＞０であればよい．

したがって，

$4-k>0$
$k<4$

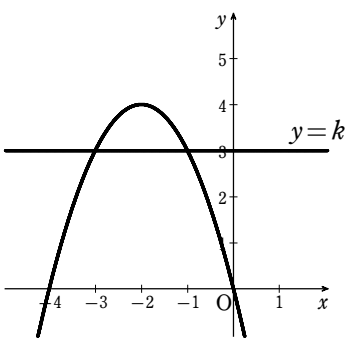
（解法４）

$k=-x^2-4x$

$y=k$と$y=-x^2-4x$のグラフが，異なる２つの共有点を持てばよい。

$f(x)=-x^2-4x$とおく．

$f(x)=-(x+2)^2+4$

グラフより，

$k<4$